

# Abstrahlungseigenschaften von Halbleiterdioden

Vortragender:

Dipl.-Phys. Dr.-Ing Olaf Ziemann

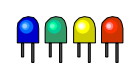
Georg-Simon-Ohm Fachhochschule Nürnberg

Polymerfaser-Anwendungszentrum

T-Nova GmbH, Technologiezentrum

e-mail: [olaf.ziemann@telekom.de](mailto:olaf.ziemann@telekom.de)

[olaf.ziemann@pofac.de](mailto:olaf.ziemann@pofac.de)

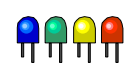


# Problemstellung

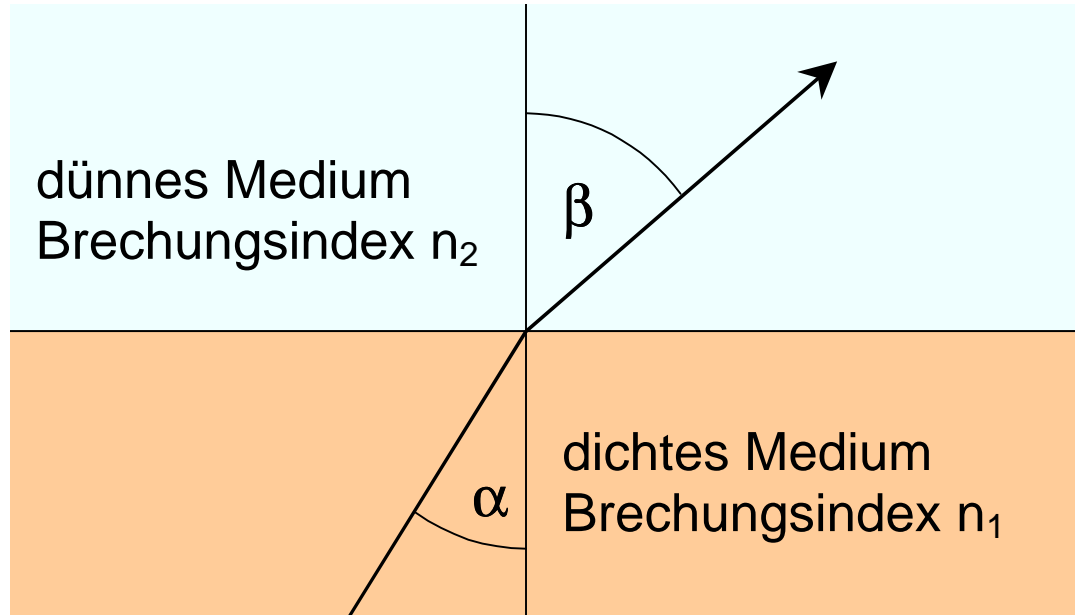
- typische Halbleiter haben hohe Brechungsindizes ( $n \approx 3,5$ )
- Das Licht wird im Material isotrop abgestrahlt
- An der Halbleiter-Luft-Grenzfläche tritt Reflexion auf
  
- Wie sieht dann die Abstrahlungscharakteristik insgesamt aus ?
- Wie kann der Wirkungsgrad verbessert werden ?
- Wie wirkt sich Entspiegelung der Grenzfläche aus ?
- Wozu dient der Kunststoff-Dom auf der LED ?

Beispiele für praktische Konzepte:

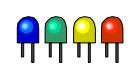
- Pyramiden-LED
- Resonant-Cavity LED
- Non-Resonant-Cavity-LED



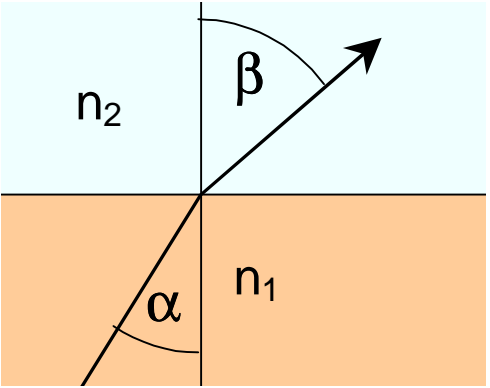
# Ausgangspunkt Brechungsgesetz



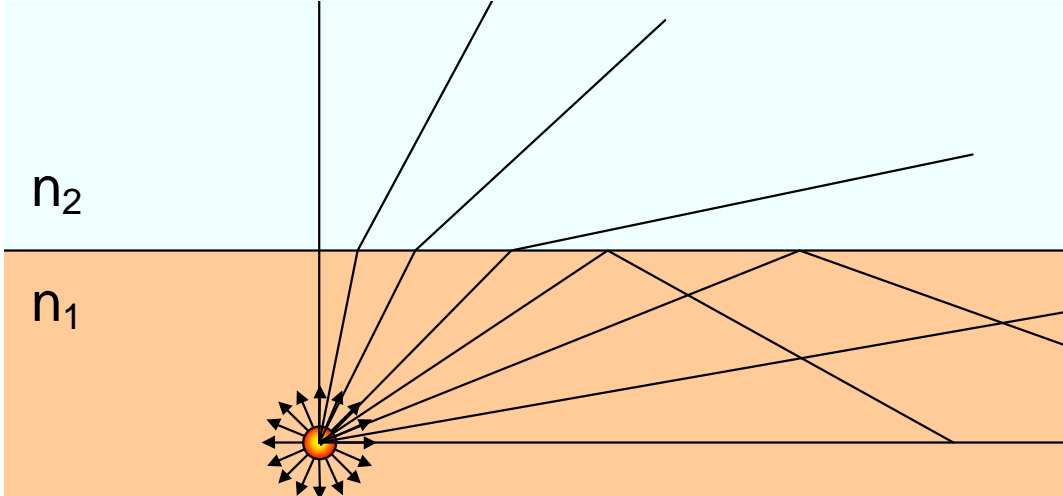
$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{n_1}{n_2}$$



# Totalreflexion



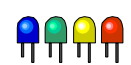
bei  $n_2 = 1$ :  
 $\beta = \arcsin(\sin \alpha \cdot n_1)$



Grenzwinkel der  
Totalreflexion:  
 $\beta = 90^\circ$ ;  $\sin \beta = 1$

$$\alpha_{\max} = \arcsin(n_2/n_1)$$

$$\arcsin(1,0 / 3,5) = 16,6^\circ$$

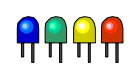


# Reflexion an Grenzflächen

$$R_s = \left( \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cdot \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 \alpha}}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cdot \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 \alpha}} \right)^2$$

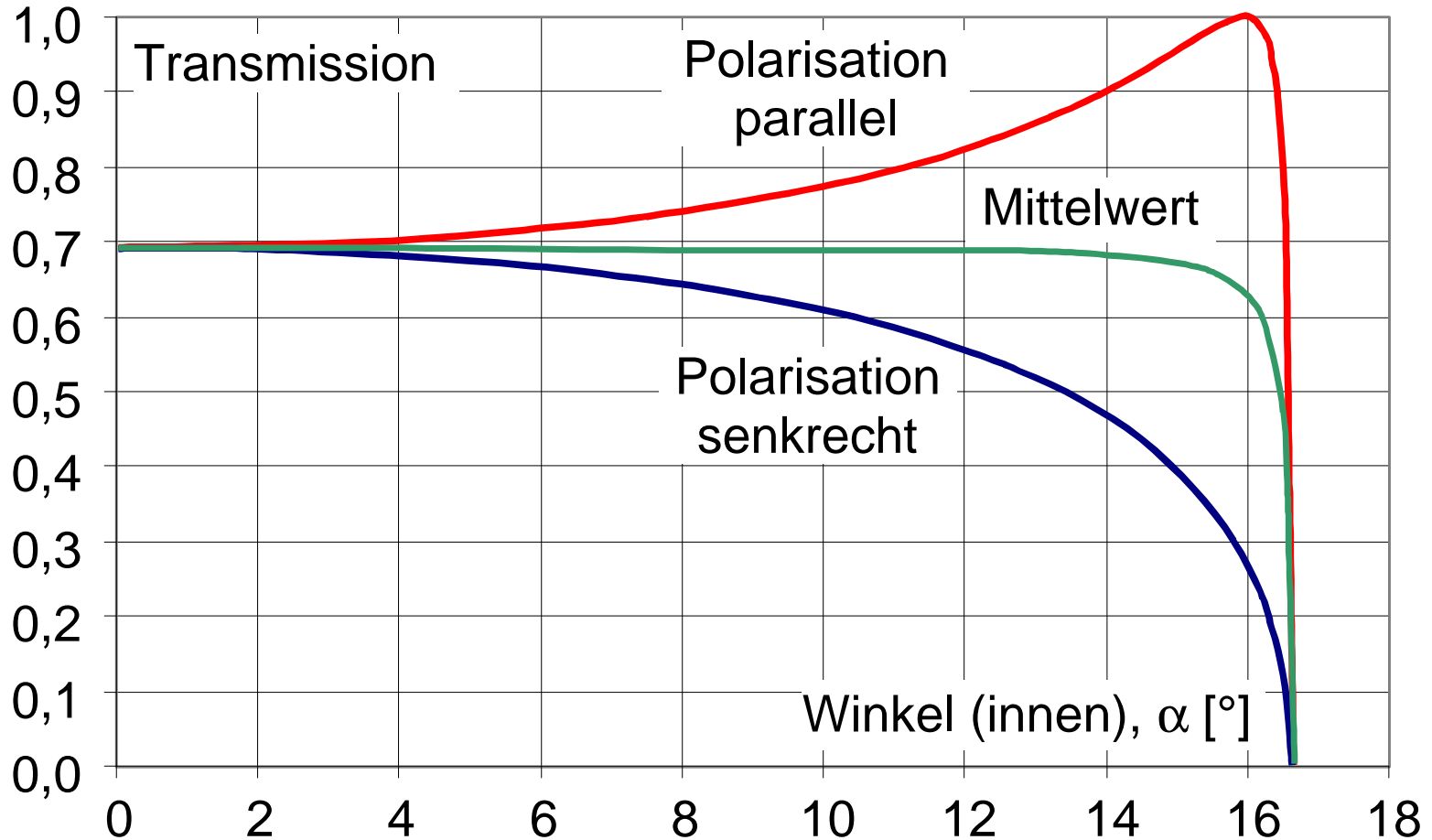
$$R_p = \left( \frac{n_2^2 \cos \alpha - n_1 \cdot \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}}{n_2^2 \cos \alpha + n_1 \cdot \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right)^2$$

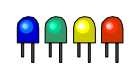
Licht, welches die Grenzfläche mit einem Winkel oberhalb  $\alpha_{\max}$  trifft, wird total reflektiert. Licht mit einem kleineren Winkel wird teilweise reflektiert, abhängig von der Polarisationsrichtung.



# Reflexion an einer Grenzfläche

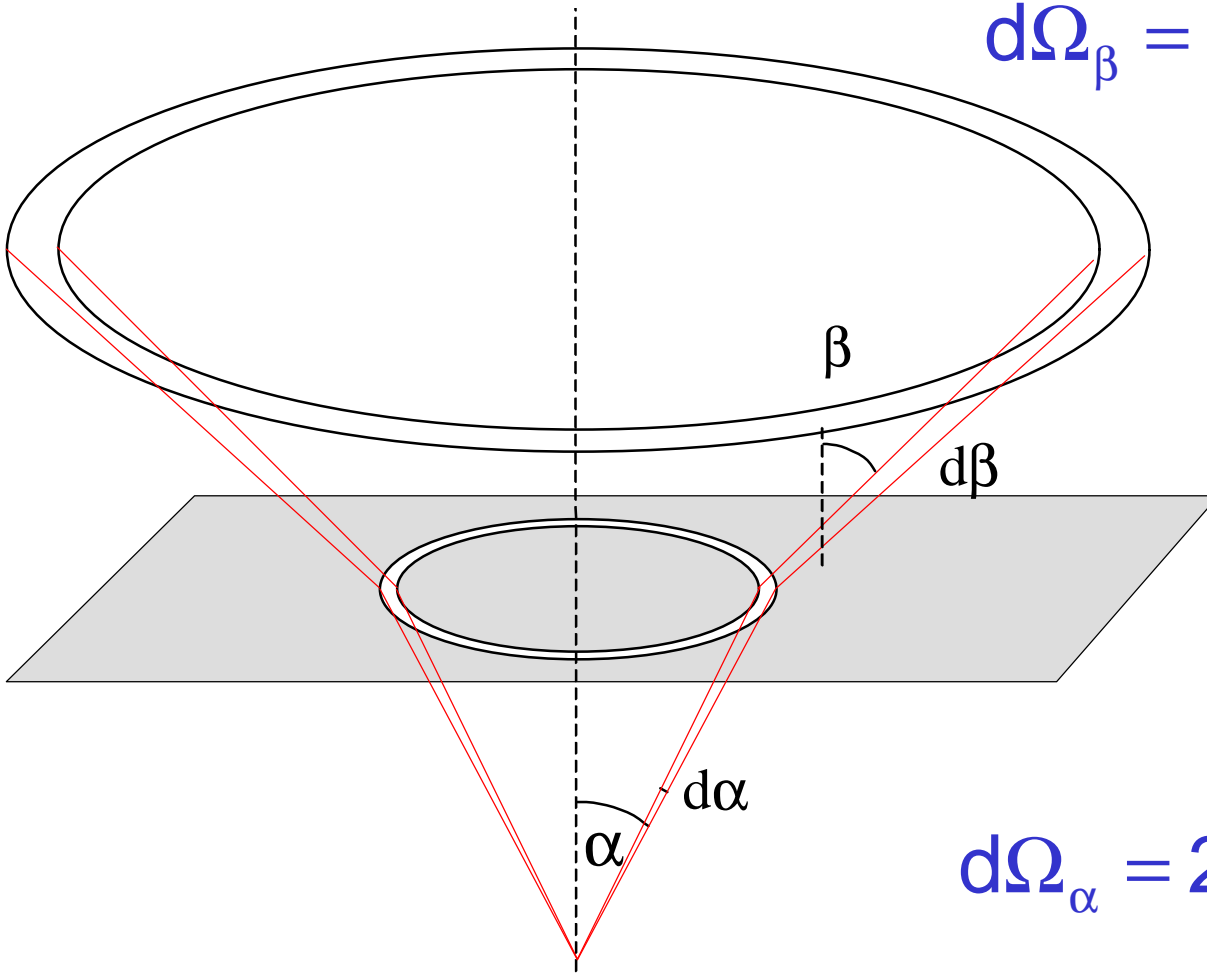
$$(n_1 = 3,5, n_2 = 1,0)$$



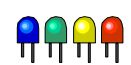


# Transformation des Raumwinkels I

$$d\Omega_{\beta} = 2\pi \cdot \sin \beta \cdot d\beta$$



$$d\Omega_{\alpha} = 2\pi \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$$



# Transformation des Raumwinkels II

$$\beta = \arcsin(\sin \alpha \cdot n_1/n_2)$$

Raumwinkel im HL:  $d\Omega_\alpha = 2 \cdot \pi \sin \alpha \cdot d\alpha$

Raumwinkel außen:  $d\Omega_\beta = 2 \cdot \pi \sin \beta \cdot d\beta$

Änderung des Raumwinkels:

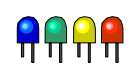
$$\frac{d\Omega_\beta}{d\Omega_\alpha} = \frac{2 \cdot \pi \sin \beta \cdot d\beta}{2 \cdot \pi \sin \alpha \cdot d\alpha} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot \frac{d\beta}{d\alpha} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{d}{d\alpha} \left( \arcsin \left( \sin \alpha \cdot \frac{n_1}{n_2} \right) \right)$$

$$\frac{d\Omega_\beta}{d\Omega_\alpha} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (\sin \alpha \cdot n_1/n_2)^2}} \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \cos \alpha$$

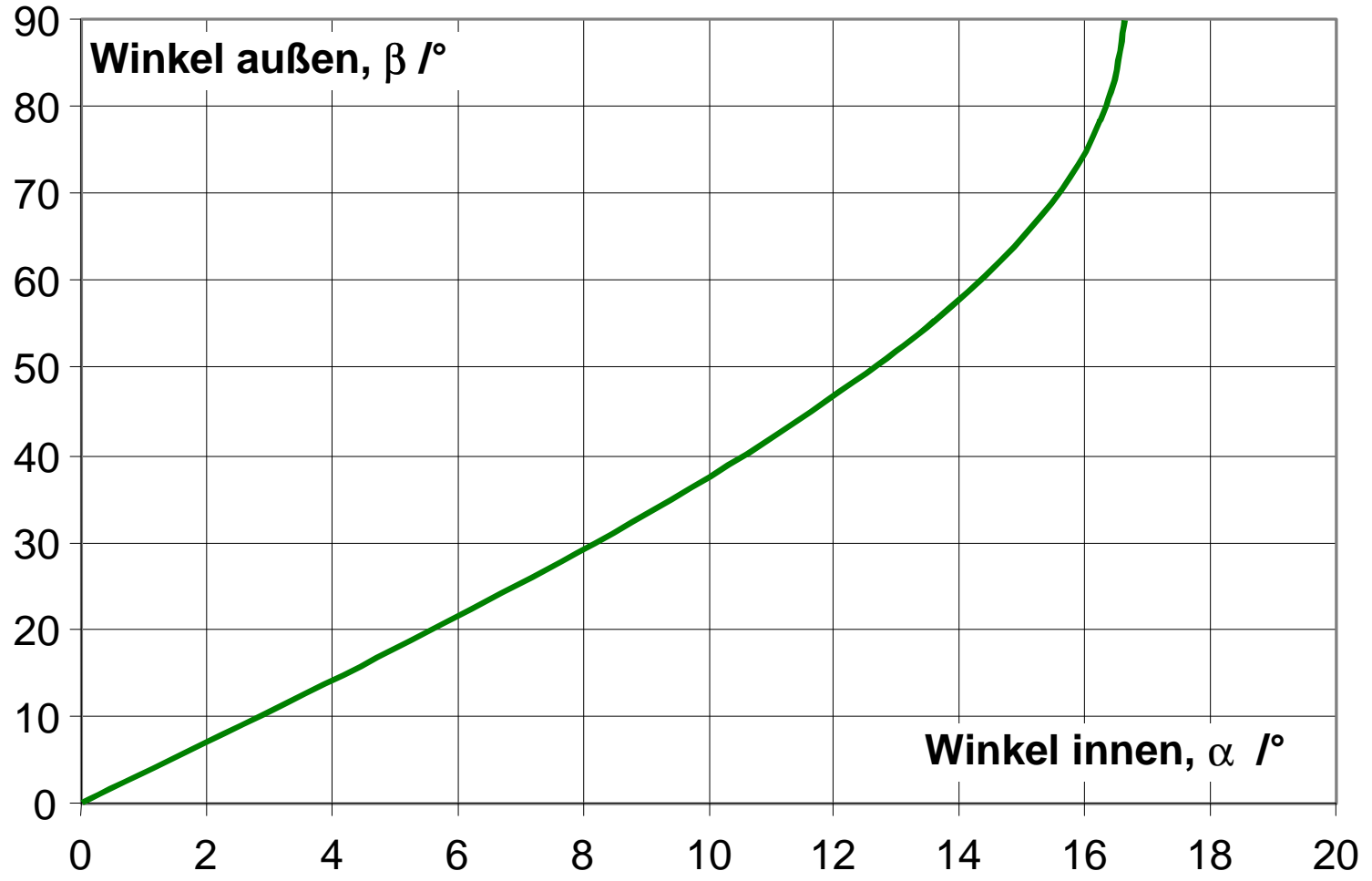
$$\frac{d}{dz} \arcsin z = \frac{1}{\sqrt{1 - z^2}}$$

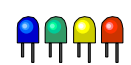
$$\frac{d\Omega_\beta}{d\Omega_\alpha} = \frac{n_1^2}{n_2^2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - (\sin \alpha \cdot n_1/n_2)^2}}$$

$$\frac{d\Omega_\beta}{d\Omega_\alpha} = \frac{n_1^2 \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 - (\sin \alpha \cdot n_1)^2}}$$



# Transformation des Winkels





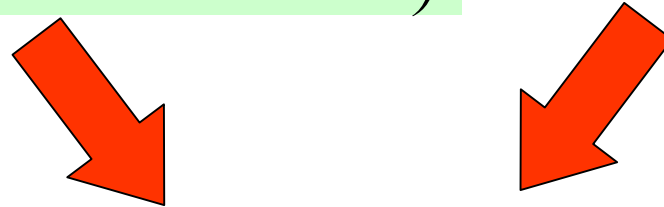
# Exakte Formel für die Abstrahlung

$$R_s = \left( \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cdot \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 \alpha}}{n_1 \cos \alpha + n_2 \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 \alpha}} \right)^2$$

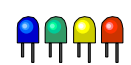
$$\frac{d\Omega_\alpha}{d\Omega_\beta} = \frac{\cos \beta}{n_1^2 \cdot \sqrt{1 - (\sin \beta / n_1)^2}}$$

$$R_p = \left( \frac{n_2^2 \cos \alpha - n_1 \cdot \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}}{n_2^2 \cos \alpha + n_1 \cdot \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right)^2$$

$$\frac{d\Omega_\beta}{d\Omega_\alpha} = \frac{n_1^2 \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 - (\sin \alpha \cdot n_1)^2}}$$



$$I_{e1}(\beta) = I_{e0} \cdot \left( 1 - \frac{R_p + R_s}{2} \right) // \left( \frac{d\Omega_\beta}{d\Omega_\alpha} \right)$$



# Vereinfachte Herleitung

$$R_s = \left( \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cdot \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 \alpha}}{n_1 \cos \alpha + n_2 \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 \alpha}} \right)^2$$

für  $\alpha = 0$   
und  $n_2 = 1$

$$R_p = \left( \frac{1 - n_1}{1 + n_1} \right)^2$$

$$R_p = \left( \frac{n_2^2 \cos \alpha - n_1 \cdot \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}}{n_2^2 \cos \alpha + n_1 \cdot \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right)^2$$

gilt:

$$R_s = \left( \frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} \right)^2$$

Transmission für senkrechten Durchgang:

$$T = 1 - R = 1 - \left( \frac{1 - n}{1 + n} \right)^2$$

Raumwinkel:

$$\sin \alpha / \sin \beta = 1/n$$

$$n \cdot \sin \alpha = \sin \beta$$

$$d(n \cdot \sin \alpha) = d(\sin \beta)$$

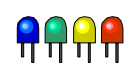
$$n \cos \alpha d\alpha = \cos \beta d\beta$$

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{\cos \beta}{n \cdot \sqrt{1 - (\sin \beta / n)^2}}$$

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$$

mit  $\cos \alpha \approx 1$ :

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{\cos \beta}{n}$$



# Ergebnis der Näherung

$$T = 1 - R = 1 - \left( \frac{1-n}{1+n} \right)^2$$

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{\cos \beta}{n}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}$$

Emission von einer Punktquelle:  $J_0 = \text{const.}$

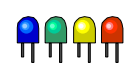
Abstrahlung von der Oberfläche:  $J(\beta)$

$$I_{e1}(\beta) d\Omega_\beta = T \cdot I_{e0} d\Omega_\alpha$$

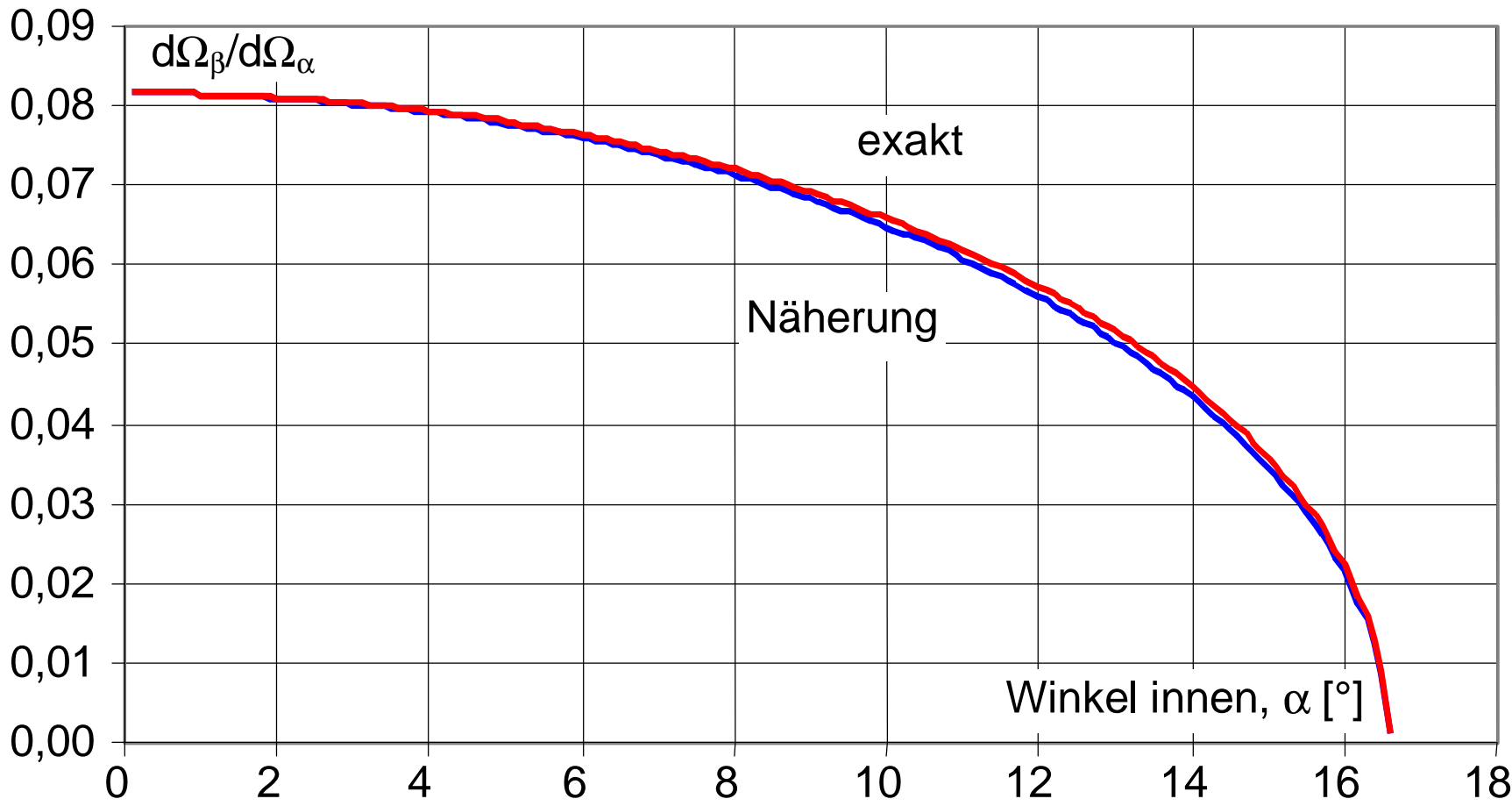
$$I_{e1}(\beta) \cdot 2\pi \cdot \sin \beta \cdot d\beta = T \cdot I_{e0} \cdot 2\pi \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$$

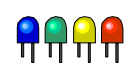
$$I_{e1}(\beta) = T \cdot I_{e0} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{d\alpha}{d\beta}$$

$$I_{e1}(\beta) = \frac{1-R}{n^2} \cdot I_{e0} \cos \beta$$

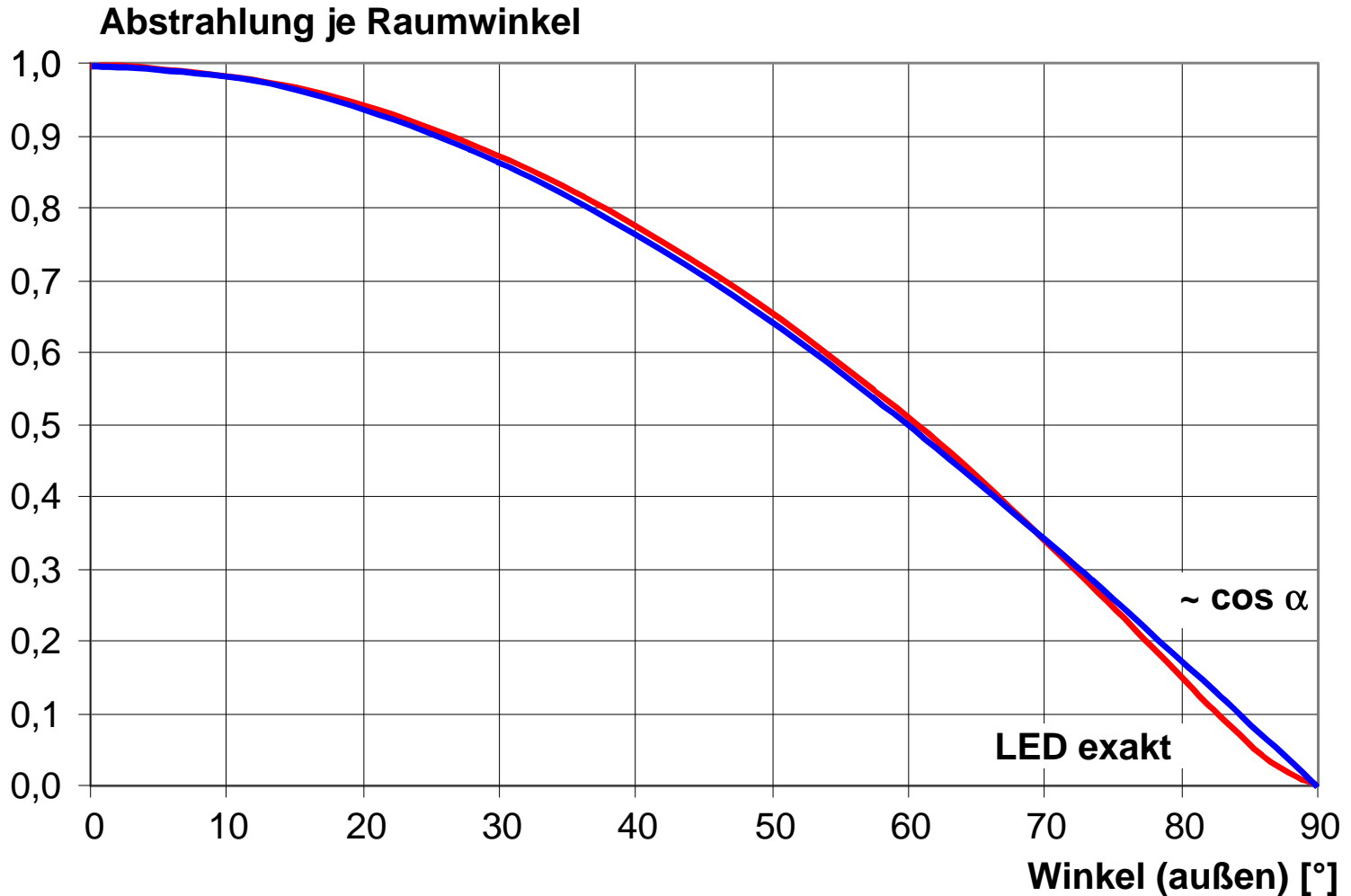


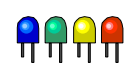
# Änderung des Raumwinkels



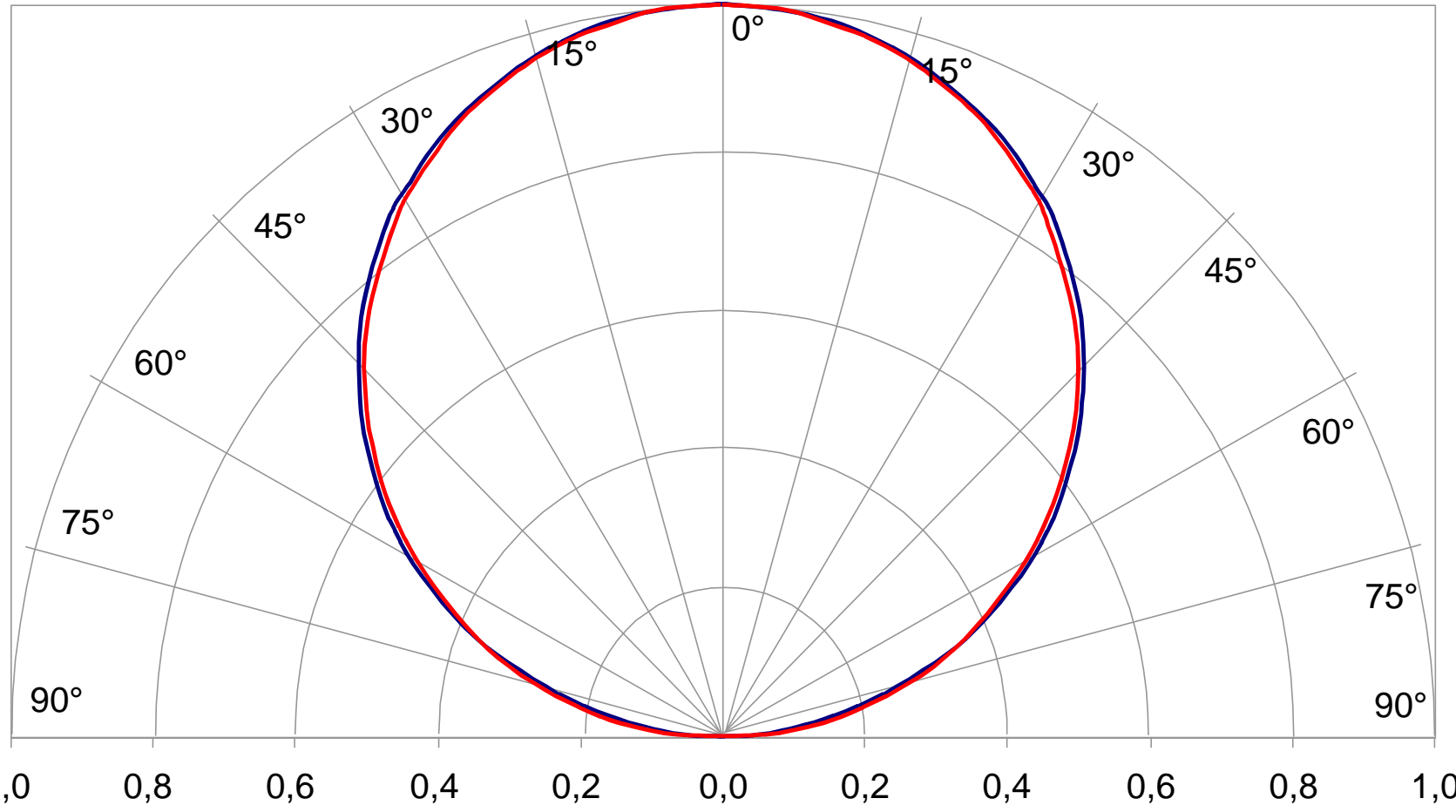


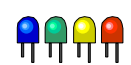
# Normierte Abstrahlung





# Abstrahlung (Polarkoordinaten)





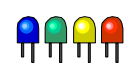
# Wirkungsgrad der LED

komplette Leistung (oberer Halbraum) :

$$P_0 = \int_{\alpha=0}^{\alpha=\pi/2} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} I_{e0} \sin \alpha \, d\alpha d\phi = 2\pi \cdot I_{e0}$$

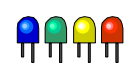
emittierte Leistung (oberer Halbraum) :

$$\begin{aligned} P &= \int_{\beta=0}^{\beta=\pi/2} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} I_{e1}(\beta) \sin \beta \, d\beta d\phi = \int_{\beta=0}^{\beta=\pi/2} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \frac{(1-R)}{n^2} I_{e0} \cos \beta \cdot \sin \beta \, d\beta d\phi \\ &= 2\pi \cdot I_{e0} \cdot (1-R)/n^2 \cdot 1/2 = P_0 \cdot \left( 1 - \left( \frac{1-n}{1+n} \right)^2 \right) \frac{1}{2n^2} = 0,0282 \cdot P_0 \end{aligned}$$



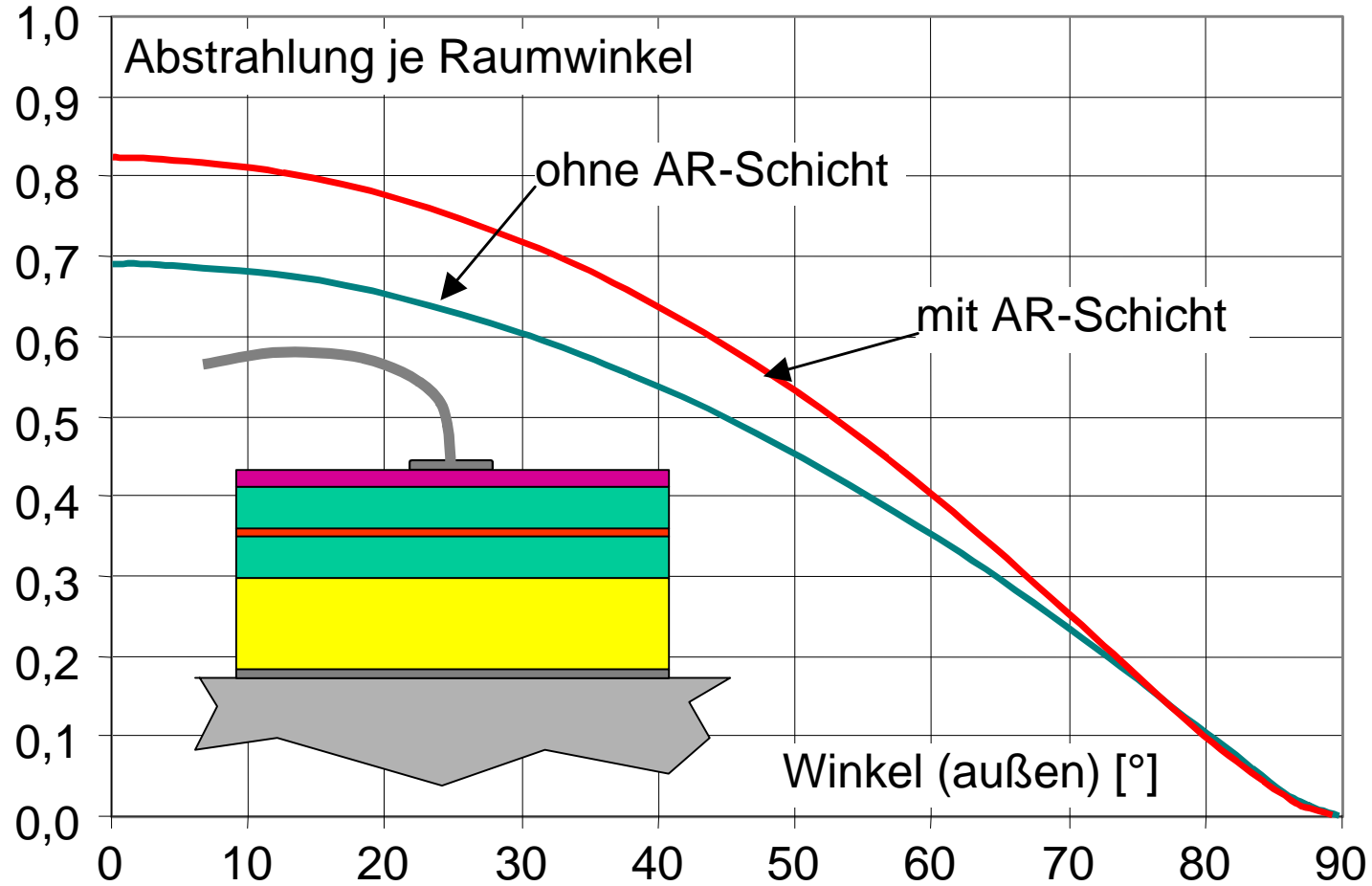
# Möglichkeiten zur Erhöhung des Auskoppel-Wirkungsgrades

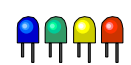
- LED-Gehäuseformen
- Rückseiten-Verspiegelung
- Entspiegelung der oberen Fläche
- Nutzung der seitlichen Abstrahlung
- Pyramiden-LED
- Resonant Cavity LED
- Non Resonant Cavity LED



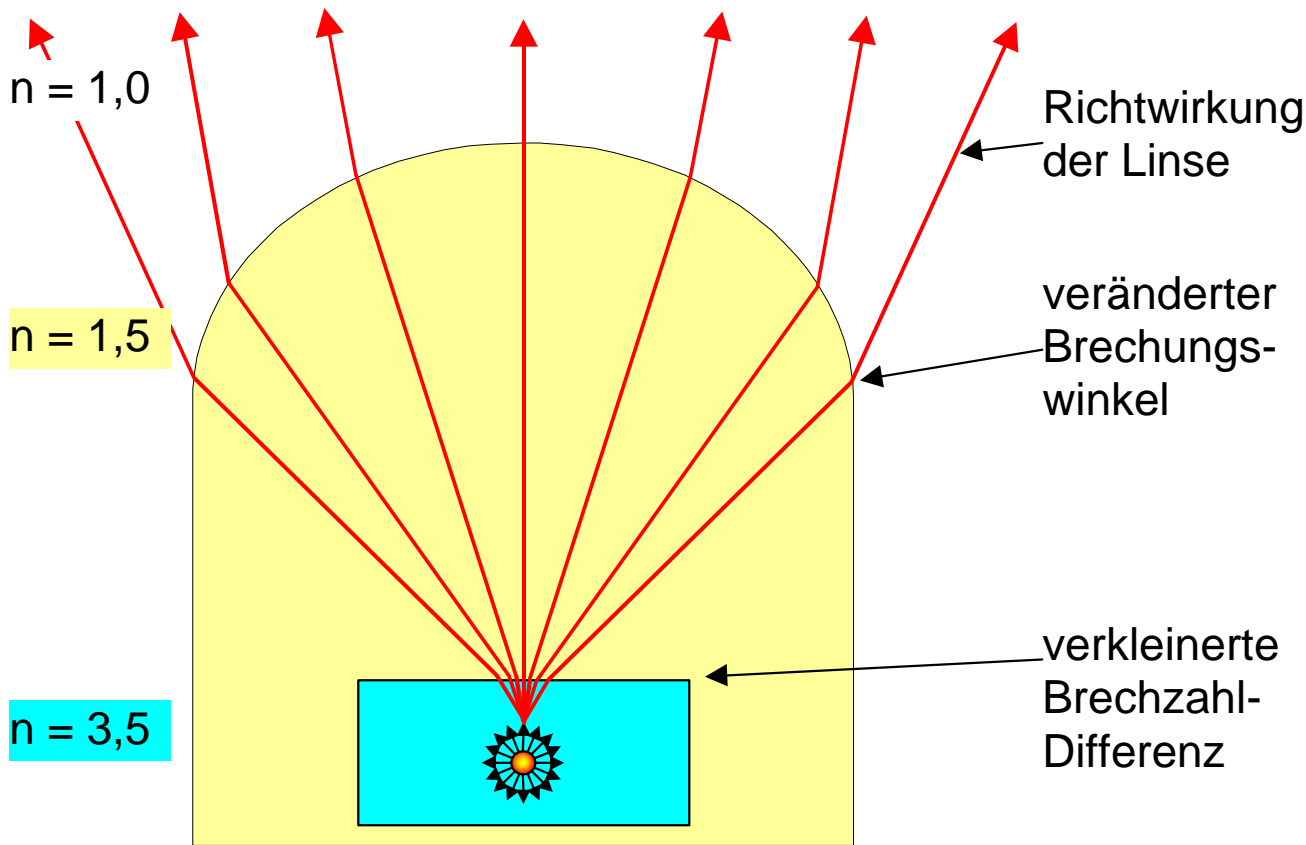
# Wirkung einer Entspiegelung

( $n_{\text{Zwischenschicht}} = 2,0$ )

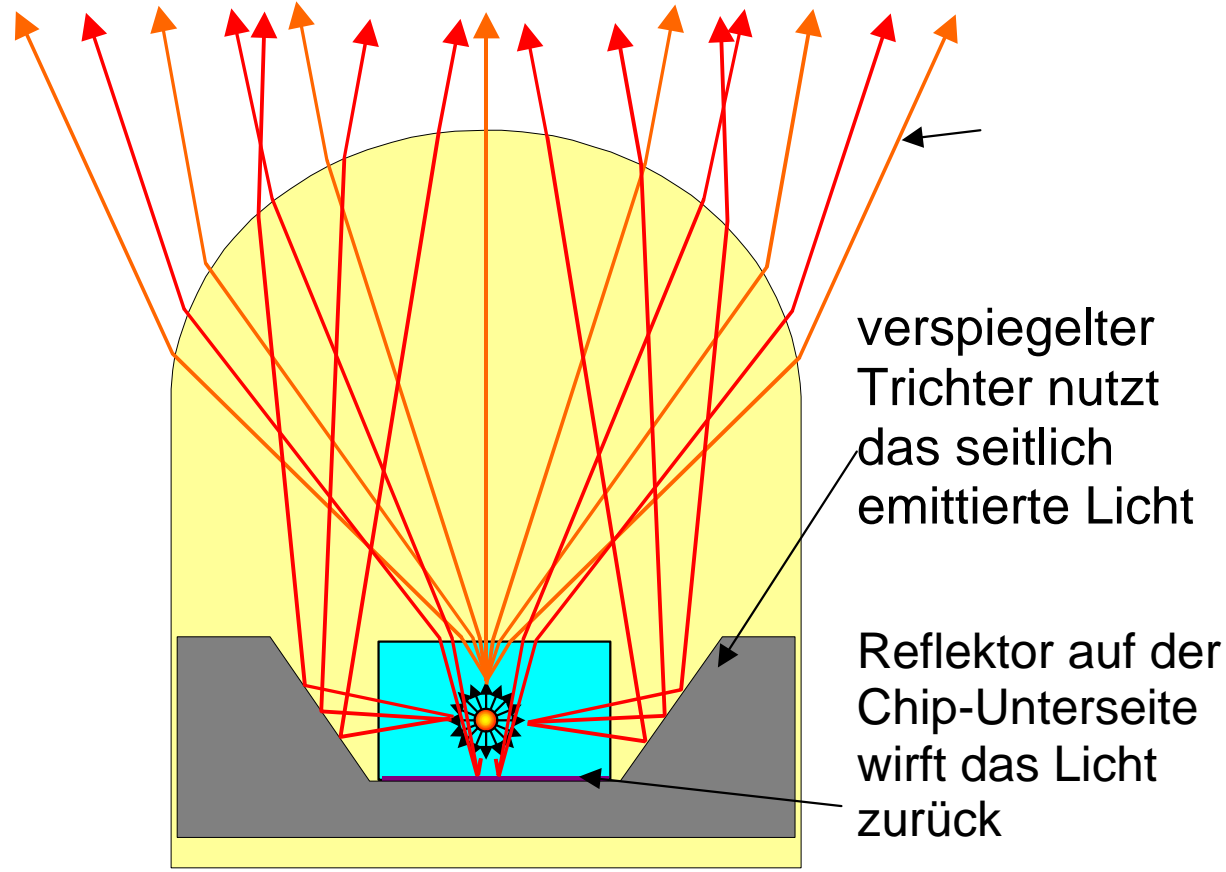




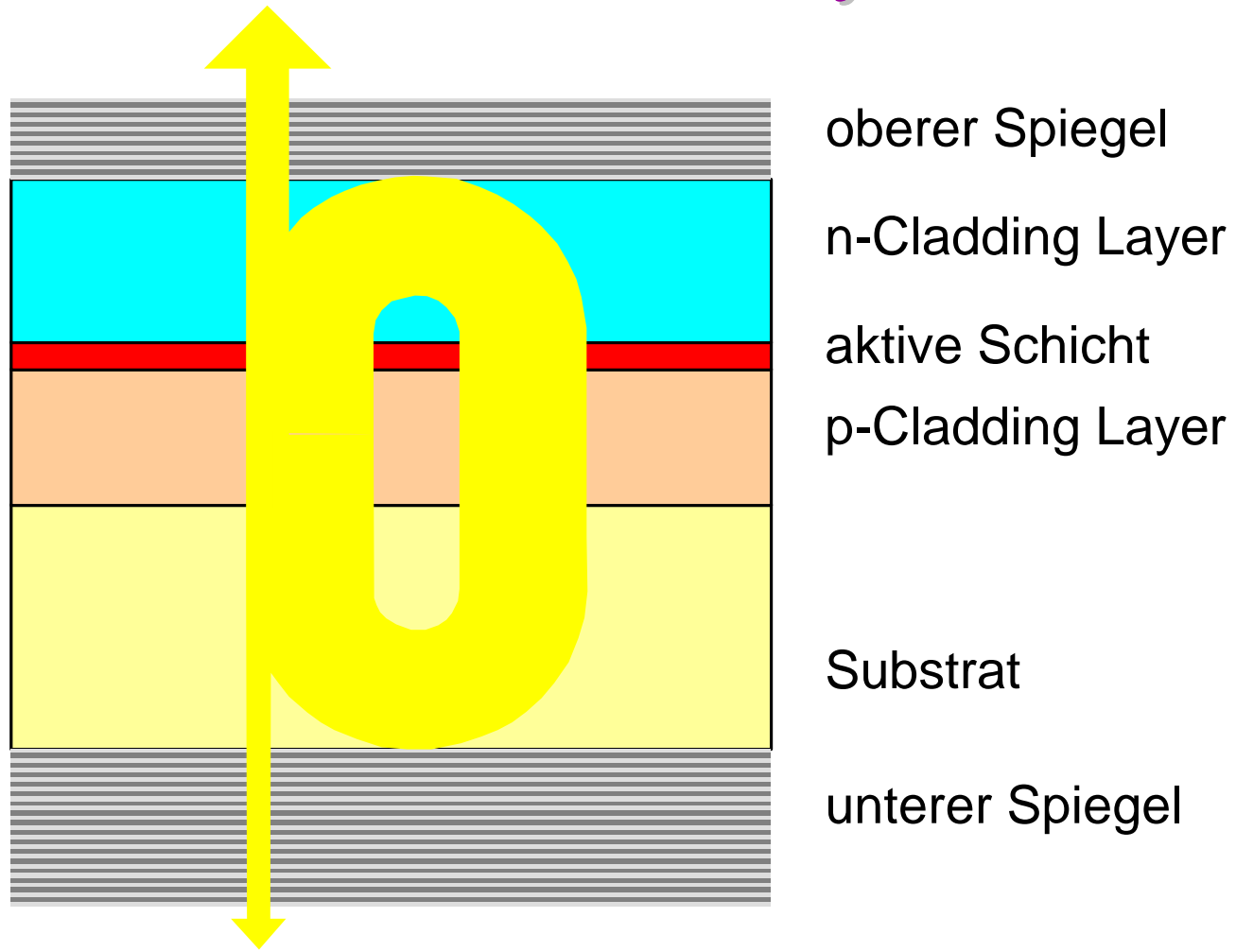
# Auskopplung und Bündelung mit Linsenabdeckung

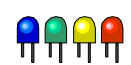


# Rückseitenverspiegelung und Nutzung der seitlichen Abstrahlung

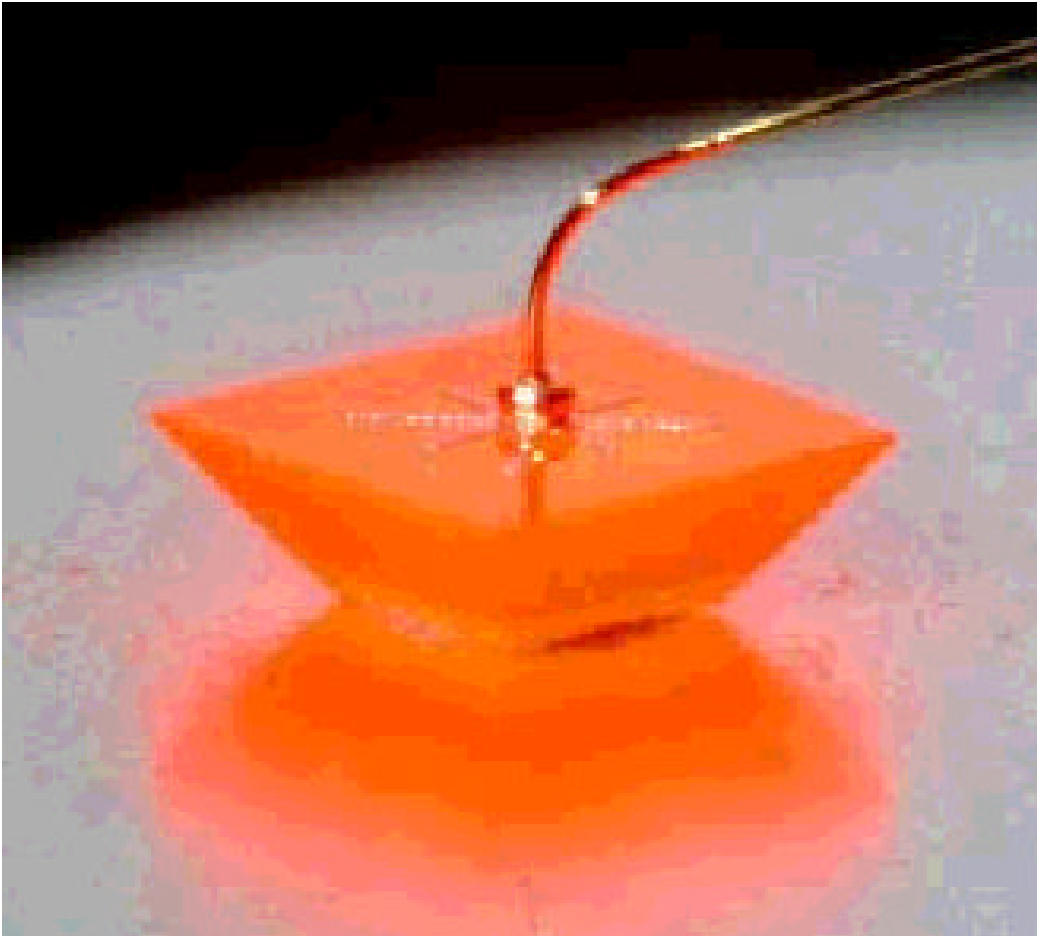


# Resonant Cavity LED





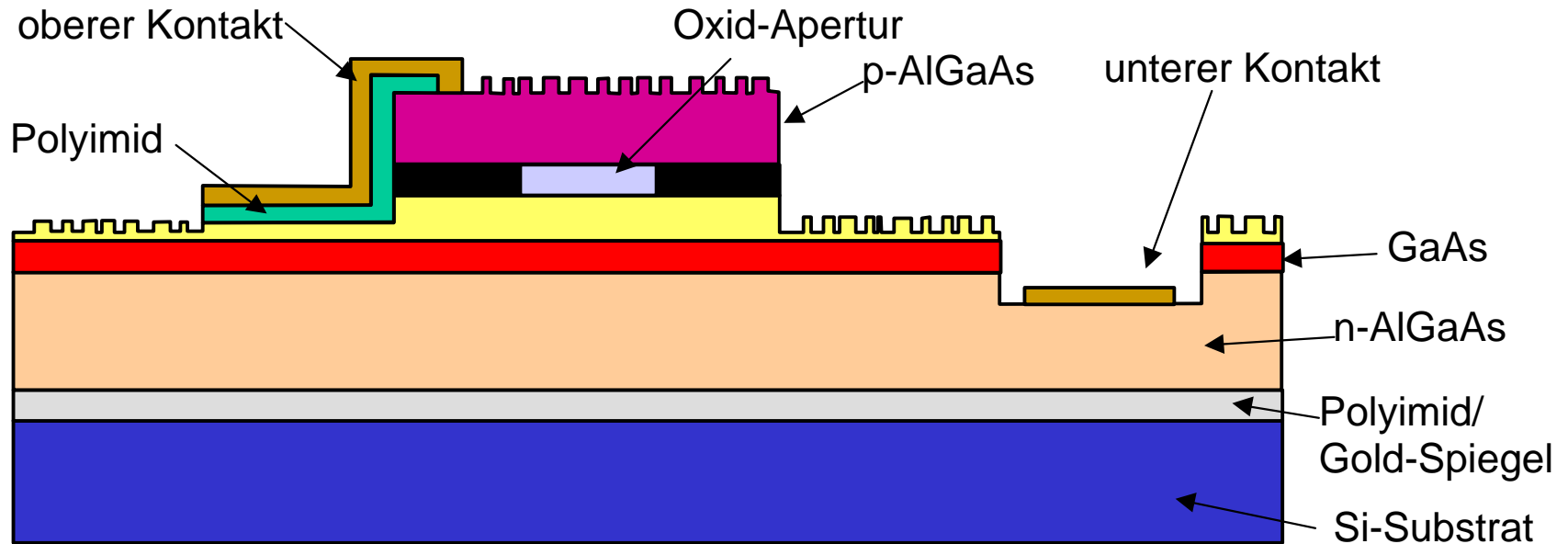
# Pyramiden-LED



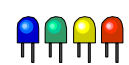
Derzeit  
effizienteste  
LED der Welt

55% externer  
Wirkungsgrad  
bei 650 nm

# Non Resonant Cavity LED



Prinzip: Eine mikrostrukturierte Oberfläche streut das Licht in verschiedene Winkel, so daß es nach wenigen Reflexionen ausgekoppelt werden kann.



# Zusammenfassung

- LED sind näherungsweise Lambertstrahler
- bei  $n=3,5$  werden ca 2,8% des Lichtes (aus einem Kegel mit  $\pm 17^\circ$ ) ausgekoppelt
- Entspiegelung kann die Auskopplung etwas vergrößern (3,2% mit einer Schicht)
- Das LED-Gehäuse verbessert die Lichtauskopplung und bündelt das Licht
- Pyramiden-LED, Resonant Cavity LED und Non Resonant Cavity LED können die Auskopplung um eine Größenordnung verbessern (aktueller Bestwert: 55% externer Wirkungsgrad)